



链滴

庄家 Margin 大于 1 与彩民不存在必胜策略 的充分必要性证明

作者: [Polynomial](#)

原文链接: <https://ld246.com/article/1531493036912>

来源网站: 链滴

许可协议: [署名-相同方式共享 4.0 国际 \(CC BY-SA 4.0\)](#)

1. 背景介绍

1.1 Margin 的意义

从数学上来说, 如果一个博彩盘口共有 n 种可能发生的结果(默认各个结果是互斥的), 且每种情况对应的赔率为 $(O_i, i \in \{1, 2, 3, \dots, n\})$, 则我们记:

$$\text{Margin} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{O_i}$$

足彩的庄家在开盘时, 会首先综合各种情况, 对比赛结果的概率做一个分析, 然后开出对应的赔。以抛硬币为例, 一枚正常的硬币, 抛出正面和反面的概率应该各是 $\frac{1}{2}$, 因此开出的公平赔应该 2 和 2(即发生概率的倒数), 但实际情况来说, 庄家开出的赔率会是 1.9 和 1.9, 这样就可以保, 在任何情况下, 彩民都没有必胜的下注方式。

2. Margin 大于 1 和彩民没有必胜策略充分必要性

首先, 我们设一个博彩盘口共有 n 种可能发生的结果, 且每种情况对应的赔率为 $(O_i, i \in \{1, 2, 3, \dots, n\})$

为了简化运算, 彩民的赌资设为 1, 并且其在第 i 个选项上下注量设为 (S_i) , 其策略集可以表示为 $((S_1, S_2, \dots, S_n))$, 显然有 $(\sum_{i=1}^n S_i = 1)$ 。

当第 i 种情况发生时, 彩民可以获得的收益为 $(O_i * S_i)$

2.1 充分性 (Margin > 1 \Rightarrow 彩民没有必胜策略)

用反证法, 假设彩民存在必胜策略, 即

$$\exists (S_1, S_2, \dots, S_n), \quad \forall i \in \{1, 2, 3, \dots, n\}, \quad O_i S_i > 1$$

从而, 我们可以得出

$$S_i > \frac{1}{O_i}$$

对所有 i 求和, 显然有

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n S_i &> \sum_{i=1}^n \frac{1}{O_i} \\ 1 &> \sum_{i=1}^n \frac{1}{O_i} = \text{Margin} \end{aligned}$$

与前提矛盾, 从而充分性得证。

2.2 必要性 (彩民没有必胜策略 \Rightarrow Margin > 1)

同样用反证法, 反设 $(\text{Margin} \leq 1)$

此时, 我们构造这样一种投注策略, 彩民在第 i 种选项上的投注量为

$$S_i = \frac{\frac{1}{O_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{O_i}}$$

这样的策略显然满足投注量总和为 1 的要求, 但在这种策略下

$$\forall i \in \{1, 2, 3, \dots, n\}, \quad O_i S_i = O_i * \frac{\frac{1}{O_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{O_i}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{O_i}}$$

又由反证假设, 可以得到

$$\frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{O_i}} > 1$$

即, 我们构造出了一种投注策略使得彩民在任何情况下的收入都大于 1, 与前提不符, 从而必要得证。