



链滴

# 算法分析（一）：数学基础

作者: [Angonger](#)

原文链接: <https://ld246.com/article/1500981789632>

来源网站: 链滴

许可协议: [署名-相同方式共享 4.0 国际 \(CC BY-SA 4.0\)](#)

## 定义

1. 如果存在正常数 $c$ 和 $n_0 > 0$ 使得当 $N \geq n_0$ 时 $T(N) \leq cf(N)$ ,则计为 $T(N) = O(f(N))$ 。
2. 如果存在正常数 $c$ 和 $n_0 > 0$ 使得当 $N \geq n_0$ 时 $T(N) \geq cg(N)$ ,则计为 $T(N) = \Omega(g(N))$ 。
3.  $T(N) = \theta(h(N))$ 当且仅当 $T(N) = O(h(N))$ 和 $T(N) = \Omega(g(N))$ 。
4. 任意正常数 $c$ 都存在常数 $n_0 > 0$ 使得当 $N \geq n_0$ 时 $T(N) < cp(N)$ ,则 $T(N) = o(p(N))$ 。

看不懂没关系，算法主要用这些来比较**相对增长率**，定义中四个公式分别表示

1.  $T(N)$ 的增长率 **小于或等于** $f(N)$ 的增长率， $f(N)$ 是 $T(N)$ 的**上界 (upper bound)**
2.  $T(N)$ 的增长率 **大于或等于** $g(N)$ 的增长率， $T(N)$ 是 $f(N)$ 的**下界 (lower bound)**
3.  $T(N)$ 的增长率 **等于** $h(N)$ 的增长率
4.  $T(N)$ 的增长率 **小于** $p(N)$ 的增长率

eg:

$N^3$ 比 $N^2$ 增长快，则可以表示为 $N^2 = O(N^3)$

## 需要掌握的结论

1. 如果 $T_1(N) = O(f(N))$ 且 $T_2(N) = O(g(N))$ ,那么 (a)  $T_1(N) + T_2(N) = O(f(N) + g(N))$ ;直观表达为 $\max(O(f(N)), O(g(N)))$ 。  
(b)  $T_1(N) * T_2(N) = O(f(N) * g(N))$ 。
2. 如果 $T(N)$ 是一个 $k$ 次多项式，则 $T(N) = \theta(N^k)$
3. 对任意常数 $k$ ， $\log^k N = O(N)$ ;对数增长的特别缓慢。

## 注意

1. 尽量不要将常数或者低阶项放入大 $O$ 中，因为算法分析中常数和低阶项很有可能被忽略。
2. 总能通过计算极限 $\lim_{N \rightarrow \infty} f(N)/g(N)$ 来确定两个函数的相对增长率，必要可使洛必达法则。有四种可能值
  - 2.1 极限为0:  $f(N) = o(g(N))$ 。
  - 2.2 极限是 $c \neq 0$ :  $f(N) = \theta(g(N))$ 。
  - 2.3 极限是 $\infty$ :  $g(N) = o(f(N))$ 。
  - 2.4 极限摆动: 二者无关。

参考资料 [《数据结构与算法分析》](#)