链滴

trick problems

作者：Zing
原文链接：https://ld246.com/article/1456841760389
来源网站：链滴
许可协议：署名-相同方式共享 4.0 国际 (CC BY-SA 4.0)

收集各类 trick problems，积少成多，锻炼思维，防止老年痴呆。
虽然这些问题各种奇奇怪怪，但是也是有些门道可循的，转换为数学问题、反证法、逆向思维、到里头可以 trick 的点。
有时候，虽然解不出答案，但是能把思考过程说出来也是很好的。
<hr>
<h2 id="2刀分7天工资">2 刀分 7 天工资</h2>
Q:老板有一块金子，恰好是程序员 Zing 一周的工资，每天工资一样。老板需要每天向 Zing 支工资，不得多付，不得拖欠，仅允许对金子切 2 刀。问解决方案。
A：把金子分为 1/7,2/7,4/7。第一天支付 1/7，第二天拿 2/7 换 1/7，第三天再给 1/7，第四天 4/7 换 1/7 和 2/7...
<hr>
<h2 id="海盗分赃问题">海盗分赃问题</h2>
Q:5 个海盗抢到 100 个金币，每个一样大。5 人按照顺序提出分配方案，然后所有人表决，半数上人同意时采用该分配方案，否则将提方案的人丢进大海喂鲨鱼。
前提：海盗的决策都是聪明的，海盗都是贪婪而且残忍的。
A： 从后往前考虑

若前 3 个都被扔到海里，只剩下 4 和 5，4 不可能获得一半以上的票数，那么 4 只有死路一条，此无论 3 什么提案都要同意。
那么对于 3 来说，干掉 1 和 2 之后，只剩下 3 人，有了自己和 4 那一票，无论自己什么提案都以通过，因此提出 100，0，0
对于 2 来说，若要使自己的提案通过，还需要拉拢 2 票。因此需要给出的 offer 比 3 的提案更，因此只能拉拢 4 和 5 两人，98，0，1，1
对于 1 来说，也需要拉拢 2 票，所有最优的提案是 97，0，1，2，0 或 97，0，1，0，2

<hr>
<h2 id="百人开灯">百人开灯</h2>
Q：房间里头有 100 个灯对应 100 个开关，按顺序从 1 到 100 编号，初始全部灯均关闭。门外 100 个人，按顺序 1 到 100 编号，每个人依次进入，且必须开或关 那些灯的编号可以整除自己编号开关。问所有人经过后，房间里有哪些灯是亮的。
A：这道题其实是问每个数的因数个数是奇数还是偶数。任意数 n 的因数都是成对出现的，1 和，a 和 n/a 等等，但是这其中有一个特殊情况，若 a=n/a 那么因数的个数就变成奇数了。所以房间里 1，4，9，25，36，49，64，81（n^2<=100）是亮的。
<hr>
<h2 id="5L和3L杯子量4L水">5L 和 3L 杯子量 4L 水</h2>
Q：只有 5L 和 3L 的无刻度杯子各一个，水无限，要求量出 4L 水
A：思路是 4=3+1，4=5-1

4=3+1：3L 杯子装满，倒到 5L 杯子中，3L 杯子再装满，倒到 5L 杯子直到 5L 杯子满，此时 3L 杯子中剩下 1L 水。把 5L 杯子里的水倒掉，3L 杯子中的 1L 倒入 5L 杯子中，3L 杯子再装满，倒到 5L 杯子中。
4=5-1：5L 杯子装满，倒到 3L 杯子中直到 3L 杯子满，此时 5L 杯子中剩下 2L，3L 杯子中的水掉，把 5L 杯子中的 2L 水倒到 3L 杯子中，5L 杯子水装满，然后往 3L 杯子倒水直到 3L 杯子满。</li

<hr>
<h2 id="烧绳子">烧绳子</h2>
Q：两根燃烧速度不均匀的绳子，但是烧完均 60 分钟，要求计时 30 分钟和 45 分钟。
A：30 分钟：一根绳子两头同时点着，烧尽即为 30 分钟。45 分钟，第一个绳子两头同时点着同时第二根绳子点着一头，当第一根绳子烧尽的时候把第二根绳子另一头也点上，第二根绳子烧尽即为 45 分钟。
<hr>
<h2 id="兔子试毒药">兔子试毒药</h2>
Q：有 1000 瓶药水，其中只有 1 瓶是毒药，兔子喝毒药 1 天后才会死，问最少用几只兔子能找

那瓶毒药？
A：2^9<1000<2^10，因此最少 10 只兔子可以试出毒药。解决方法是，将 10 只兔子进编号 10 到 1 表示 2 进制从高位到低位，将 1000 瓶药水进行编号 1 到 1000。将药水编号转化为 2 制，哪些位置上为 1，喂给对应的兔子，如 7 号药水 2 进制是 0000000111 ,喂给 1、2、3 号兔子。1 天后，观察哪些兔子死了，将死亡兔子位置设为 1，转换为 10 进制则是对应的毒药。若只有 1、2、3 号兔子死亡，则 0000000111=7 号药水有毒。
<hr>
<h2 id="拿球问题">拿球问题</h2>
Q：现在有 100 各球，甲乙两人轮流拿球，每人每次只能拿 1-5 个球，拿到最后一个球为胜者若甲先拿球，有办法保证甲一定获胜吗？如果有甲应该如何拿。
A：从后往前推，若甲拿到第 94 个球，则无论已如何拿，甲总能拿到第 100 个球。为了保证拿第 94 个球，甲必须保证拿到第 88 个球。以此类推，甲必须拿到第(100-n*6)个球。因此为了获胜，第一次需要拿 4 个球，之后每次根据乙拿 x 个，甲再拿(6-x)即可。
<hr>
<h2 id="青蛙跳楼梯">青蛙跳楼梯</h2>
Q:有 100 阶楼梯，小青蛙一次能跳 1 阶、2 阶或 3 阶。求问小青蛙恰好跳到第 100 阶，有多少跳法？
A：这道题用动态规划解决，定义 d[i]=n 为跳到第 i 阶有 n 种方法。则有：对于 i=100,小青蛙以先跳到 99 阶，再跳 1 阶到 100；也可以跳到 98 阶，再跳 2 阶到 100（不能跳 1+1，因为会和 99 重复）；也可以跳到 97 阶，再跳 3 阶到 100。d[i]=d[i-1]+d[i-2]+d[i-3]
Q:现在小青蛙长成大青蛙了，大青蛙可以一次跳 1、2、3、...、n 阶楼梯，求问大青蛙有多少种法跳 n 阶。
A：对于这道题再用动态规划就把问题复杂化了。转化一种思路。总共 n 阶楼梯，第 n 阶肯定要达，那么剩下的 n-1 阶，每一阶大青蛙可能落到也可能跳过（0 或 1），可以当作一个 n-1 位的 2 制数，因此很直接的有 2^(n-1)种可能。
<hr>
<h2 id="天堂与地狱">天堂与地狱</h2>
Q：你来到一个天堂和地狱的岔路口，但是不知道哪边是通往天堂哪边通往低于。岔路口有两个，都直到路往何方，但是其中一个只有说实话，一个只会说假话，你并不认识他们，你可以向两人问同的问题，若要去天堂，该如何问？
A：你可以这么问“若我问另外一个人地狱怎么走，他会指哪条路？”。无论问哪个人，都会指同一条路，且这条路就是通向天堂的路。<code>True and False = False and True = False</code>
<hr>
<h2 id="硬币问题">硬币问题</h2>
Q：有 25 个硬币，其中 10 个正面朝上，你被蒙住眼睛，也无法通过手摸出正反面。要求你将币分为两堆。使两堆硬币正面朝上的个数一样。
A:将硬币分成两堆分别为 15 和 10。15 个硬币中正面朝上有 a 个，10 个硬币中正面朝上有 b，背面朝上有 c 个。则有 a+b=b+c=10。即 a=c，15 个中正面朝上的硬币个数=10 个中背面朝上硬币个数，因此只需要把 10 个那堆的硬币全部翻转一遍即可。